School Certificate Examination 2017
Mathematics (Additional)

Time : 3 Hours **Full Marks : 80**

Questions are of value as indicated in the margin

ক-বিভাগ

1. যে কোন পাঁচটি প্রশ্নের উত্তর দাও : 5×5=25

(a) যে সমীকরণের বীজদ্বয় $x^2+3x+2=0$ সমীকরণের বীজদ্বয়ের বর্গ, সেই সমীকরণটি নির্ণয় কর।

(b) $x^2+6x+2=0$ সমীকরণের বীজদ্বয় α ও β হইলে, যে সমীকরণের বীজদ্বয় $\left(-\frac{\alpha^2}{\beta}\right)$ ও $\left(-\frac{\beta^2}{\alpha}\right)$ তাহা নির্ণয় কর।

(c) $q^2x^2-(p^2-2q)x+1=0$ সমীকরণের বীজদ্বয়কে $x^2+px+q=0$ সমীকরণের বীজদ্বয়ের মাধ্যমে প্রকাশ কর।

(d) $x^2 \propto yz,\ y^2 \propto zx,\ z^2 \propto xy$ হইলে দেখাও যে, ভেদের ধ্রুবক ত্রয়ের গুনফল 1.

(e) A, B এবং C এর সঙ্গে যৌগিক ভেদে অবস্থিত; এবং A= 2 যখন $B=\frac{3}{5}$ এবং $C=\frac{10}{27}$। A= 54 ও B = 3 হলে C-এর মান কত হবে ?

(f) গোলকের আয়তন উহার ব্যাসার্ধের ত্রিঘাতের সহিত সরলভেদে পরিবর্তিত হয়। 3, 4 ও 5 মিটার ব্যাস বিশিষ্ট তিনটি নিরেট গোলককে গলাইয়া একটি নতুন নিরেট গোলকে পরিণত করা হইলে নতুন গোলকটির ব্যাস নির্ণয় কর।

(g) যদি $A=\begin{pmatrix}2 & -1\\ -1 & 2\end{pmatrix}$ হয়, তবে দেখাও যে, $A^2-4A+3\mathrm{I}=0$

(h) $A=\begin{pmatrix}x & -2\\ 2 & 1\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}3 & 4\\ 0 & 1\end{pmatrix}, C=\begin{pmatrix}-1 & -2\\ y & 2\end{pmatrix}$ এবং $A+B=BC$ হইলে $\boldsymbol{x}$ ও $\mathbf{y}$ এর মান নির্ণয় কর।

খ-বিভাগ

2. যে কোন একটি প্রমাণ কর : 5

(a) একটি বৃত্তের কোন স্পর্শক এবং স্পর্শবিন্দুগামী জ্যাএর অন্তর্গত কোণদ্বয় একান্তর বৃত্তাংশস্থ কোণের সমান।

(b) কোন বৃত্তের দুটি জ্যা পরস্পর ছেদ করিলে একটির অংশদ্বয়ের অন্তর্গত আয়তক্ষেত্র অন্যটির অংশদ্বয়ের অন্তর্গত আয়তক্ষেত্রের সমান।

3. যে কোন একটি প্রশ্নের উত্তর দাও : 5

(a) ABC সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজের পরিবৃত্তে A, B ও C বিন্দুতে অঙ্কিত তিনটি স্পর্শক একটি ত্রিভুজ উৎপন্ন করিল। প্রমাণ কর যে, এই ত্রিভুজের প্রত্যেক কোন যথাক্রমে ΔABC-এর বিপরীত কোণের দ্বিগুণের সম্পূরক হইবে।

(b) দুইটি বৃত্ত A ও B বিন্দুতে ছেদ করিলে বর্ধিত AB উহাদের সাধারণ স্পর্শককে সমদ্বিখণ্ডিত করিবে।

গ-বিভাগ

4. যে কোন একটি প্রশ্নের উত্তর দাও : 5

(a) বর্গাকার প্রস্থচ্ছেদ বিশিষ্ট একটি পাইপের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 12 সেমি.। পাইপটির মধ্যদিয়ে সেকেণ্ডে 25 সেমি. সমবেগে জল প্রবাহিত হইলে 90 লিটার জল যাইতে কত সময় লাগিবে ?

(b) একটি লম্ব প্রিজমের ঘনফল 1320 ঘন সেমি.। উহার ভূমি একটি ট্রাপিজিয়াম যাহার সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের দৈর্ঘ্য 8 সেমি. ও 14 সেমি.। ট্রাপিজিয়ামের তৃতীয় বাহুর দৈর্ঘ্য 8 সেমি. এবং উহা সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের প্রত্যেকটির উপর লম্ব হইলে প্রিজমটির উচ্চতা নির্ণয় কর।

5. যে কোন একটি প্রশ্নের উত্তর দাও : 5

(a) একটি সুষম চতুস্তলকের প্রান্তিকীর দৈর্ঘ্য a সেমি. হইলে উহার ঘনফল নির্ণয় কর।

(b) একটি লম্ব পিরামিডের ভূমি 40 সেমি. বাহু বিশিষ্ট বর্গক্ষেত্র এবং উহার তির্যক উচ্চতা 25 সেমি.। যদি একটি ঘনকের আয়তন পিরামিডটির আয়তনের সমান হয়, তবে ঘনকের প্রান্তিকীর দৈর্ঘ্য কত?

ঘ-বিভাগ

6. যে কোন চারটি প্রশ্নের উত্তর দাও : 4×5=20

(a) দুইটি কোণের সমষ্টি 1 রেডিয়ান এবং উহাদের অন্তর 1^0, কোণদ্বয় ডিগ্রীতে নির্ণয় কর।

(b) $\sin^4 x + \sin^2 x = 1$ হইলে দেখাও যে $\cot^4 x + \cot^2 x = 1$

(c) $\tan\theta = \frac{a}{b}$ হইলে $\frac{b\cos\theta - a\sin\theta}{b\cos\theta + a\sin\theta}$ এর মান নির্ণয় কর।

(d) ABC ত্রিভুজের A, B ও C কোণত্রয়ের প্রত্যেকটি সূক্ষ্মকোণ এবং $\sin(B + C - A) = 1$, $\tan(C + A - B) = \sqrt{3}$ হইলে A, B ও C এর মান নির্ণয় কর।

(e) $A + B = 45^0$ হলে প্রমাণ কর যে $(1 + \tan A)(1 + \tan B) = 2$

(f) সমাধান কর : $\sin\theta + \sqrt{3}\cos\theta = 1$ $(0^0 < \theta < 360^0)$

(g) $SecA - Co\sec A = Co\sec B - SecB$ হইলে দেখাও যে, $\tan A.\tan B = \tan\frac{A+B}{2}$

ঙ-বিভাগ

7. যে কোন তিনটি প্রশ্নের উত্তর দাও : 3×5=15

(a) A ও B দুইটি বিন্দু যাহাদের স্থানাঙ্ক যথাক্রমে $(-5,3)$ ও $(2,4)$; P বিন্দু এমনভাবে চলমান যে PA:PB=3:2. P এর সঞ্চারপথ নির্ণয় কর।

(b) একটি গতিশীল সরলরেখা অক্ষদ্বয় হইতে যে দুইটি অংশ ছিন্ন করে তাহাদের সমষ্টি 14. গতিশীল সরলরেখা অক্ষদ্বয়ের মধ্যবর্তী ছিন্ন অংশকে যে বিন্দু 3:4 অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করে তাহার সঞ্চারপথের সমীকরণ নির্ণয় কর।

(c) $(-3,4)$ ও $(5,-2)$ বিন্দুদ্বয়ের সংযোজক সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর এবং সরলরেখাটি অক্ষদ্বয়কে যে যে বিন্দুতে ছেদ করে তাহাদের স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

(d) $ax+by+c=0$ সরলরেখা এরূপ গতিশীল যে, উহার সকল অবস্থান $3a+2b+c=0$. প্রমাণ কর যে, সরলরেখাটি একটি স্থির বিন্দুগামী এবং ঐ স্থির বিন্দুর স্থানাঙ্ক নির্ণয় কর।

(e) একটি সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের ভূমির প্রান্তবিন্দুদ্বয়ের স্থানাঙ্ক $(2a,0),(0,a)$ এবং সমান বাহুদ্বয়ের একটির সমীকরণ $x=2a$. উহার অপর বাহুদ্বয়ের সমীকরণ নির্ণয় কর।