Pre-Degree Examination 2017
Mathematics (Elective)

Time : 3 Hours **Full Marks :80**

Questions are of value as indicated in the margin

1. (a) **যে কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও (Answer any one question):** 2×1=2

(i) মনে কর $\mathbb{N}$ হল স্বাভাবিক সংখ্যাসমূহের সেট এবং $\mathbb{N}$ সেটে R সম্বন্ধ নিম্নরূপে সংজ্ঞাত:

$$R = \{(a,b) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \ : \ a+b=10\}$$

R সম্বন্ধটি সংক্রমন কিনা পরীক্ষা কর।

In the set of Natural number $\mathbb{N}$ a relation R is defined of follows:

$R = \{(a,b) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} \ : \ a+b=10\}$. Verify if R is transitive or not.

(ii) মান নির্ণয় কর (Evalute): $\sin^{-1}\left(\cos\left(\frac{33\pi}{4}\right)\right)$

(b) **যে কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও (Answer any one question):** 2×1=2

(i) 2×3 ক্রমের একটি ম্যাট্রিক্স $A=\left[a_{ij}\right]$ গঠন কর যার (i,j)-তম উপাদানটি হল: $a_{ij}=\frac{i-j}{i+j}$

Determine a matrix A of order 2×3 whose (i,j) th element is given by $a_{ij}=\frac{i-j}{i+j}$.

(ii) A এবং B দুটি এরূপ তৃতীয় ক্রমের বর্গ ম্যাট্রিক্স যে, $|A|=-1$ এবং $|B|=3$, তবে $|3AB|$ এর মান নির্ণয় কর যেখানে |A| হল A ম্যাট্রিক্সের নির্নায়ক।

A and B are two square matrices of third order such that $|A|=-1$ and $|B|=3$. Find the value of $|3AB|$ where |A| is the determinant of Matrix A.

(c) **যে কোনো তিনটি প্রশ্নের উত্তর দাও (Answer any three questions):** 2×3=6

(i) $\varphi(x)=\frac{\log(1+ax)-\log(1-bx)}{x}$

অপেক্ষকটি $x=0$ বিন্দুতে অসন্তত। যদি $x=0$ বিন্দুতে $\varphi(x)$ সন্তত হয় তবে $\varphi(0)$ নির্ণয় কর।

$\varphi(x)=\frac{\log(1+ax)-\log(1-bx)}{x}$ is discontinuous at $x=0$. Determine $\varphi(0)$ so that $\varphi(x)$ becomes continuous at $x=0$.

(ii) $y=4\cos(5x)$ হলে দেখাও যে, $\frac{d^2y}{dx^2}+25y=0$.

For $y=4\cos(5x)$ show that, $\frac{d^2y}{dx^2}+25y=0$

(iii) $xy=4$ পরাবৃত্তের (2,2) বিন্দুতে স্পর্শকের সমীকরণ নির্ণয় কর।

Find the equation of tangent of the Hyperbola $xy=4$ at (2,2).

(iv) $\int x^n dx=\frac{x^{n+1}}{n+1}+c$, সূত্রটি n এর কোন্ মানের জন্য প্রযোজ্য নয়? n এর ওই বিশেষ মানে সমাকলটির মান কত হবে?

P.T.O.

Write the value of n for which $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c$ does not hold good? Find value of the integral for this value of n.

(v) $y = \frac{dy}{dx} + \frac{a}{\left(\frac{dy}{dx}\right)}$ অবকল সমীকরণটির ক্রম ও মাত্রা লিখ।

Write order and degree of the differential equation $y = \frac{dy}{dx} + \frac{a}{\left(\frac{dy}{dx}\right)}$.

(vi) $f(x) = x^2$ অপেক্ষকটি কোন অন্তরালে বর্ধমান এবং কোন অন্তরালে হ্রাসমান লিখ।

Find the interval in which the function $f(x) = x^2$ is increasing and decreasing.

(d) **যে কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও (Answer any one question) :** 2×1=2

(i) যদি $\vec{a} = 3\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$ এবং $\vec{b} = \hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}$ ভেক্টর দুটি দ্বারা কোনো সামান্তরিকের দুটি সন্নিহিত বাহু গঠিত হয়, তবে সামান্তরিকটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।

Determine the area of the parallelogram whose two adjacent sides are given by $\vec{a} = 3\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$ and $\vec{b} = \hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}$.

(ii) এরূপ একটি তলের সমীকরণ নির্ণয় কর যেটি (2,3,4) বিন্দুগামী এবং $x + 2y + 4z = 5$ তলের সমান্তরাল।

Find the equation of a plane passing through the point (2,3,4) and parallel to the plane $x + 2y + 4z = 5$.

(e) **যে কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও (Answer any one question):** 2×1=2

(i) A এবং B এরূপ দুটি ঘটনা যে, $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{1}{3}$ এবং $P(A - B) = \frac{1}{3}$ তবে A ও B ঘটনা দ্বয়ের মধ্যে শুধুমাত্র B ঘটনা ঘটবে তার সম্ভাবনা নির্ণয় কর।

A and B are two events such that $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B) = \frac{1}{3}$ and $P(A - B) = \frac{1}{3}$; then find the probability that among two events A and B, only B will occur.

(ii) যদি কোনো দ্বিপদ বিভাজনের 5টি প্রয়াসের মধ্যক ও ভেদমানের সমষ্টি $1 \cdot 8$ হয়, তবে দ্বিপদ বিভাজনটি নির্ণয় কর।

Find the Binomial Distribution when the sum of its mean and Variance for five trials is $1 \cdot 8$.

2. (a) **যে কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও (Answer any one question):** 4×1=4

(i) মনে কর $\mathbb{N}$ হল স্বাভাবিক সংখ্যাসমূহের সেট এবং $\mathbb{N}$ সেটে R সম্বন্ধটি নিম্নরূপে সংজ্ঞাত:
$(a,b) \in R \Rightarrow (a-b)$ রাশিটি 3 দ্বারা বিভাজ্য। দেখাও যে, $\mathbb{N}$ সেটে R একটি সমতুল্যতা সম্বন্ধ।

Suppose R is a relation defined on the set of Natural number by $(a,b) \in R \Rightarrow (a-b)$ is divisible by 3. Show that R is an equivalence relation on $\mathbb{N}$.

(ii) সমাধান কর (Solve):

$$\sin^{-1}(6x) + \sin^{-1}(6\sqrt{3}x) = -\frac{\pi}{2}$$

(b) **নীচের প্রশ্নগুলির নির্দেশমত উত্তর দাও (Answer the following questions as directed):** 4×2=8

(i) মনে কর $A=\begin{bmatrix}2 & 3\\ -1 & 2\end{bmatrix}$ এবং $f(x)=x^2-4x+7$ দেখাও যে, $f(A)=0$ এর সাহায্যে A^5 এর মান নির্ণয় কর।

Let $A=\begin{bmatrix}2 & 3\\ -1 & 2\end{bmatrix}$ and $f(x)=x^2-4x+7$ show that $f(A)=0$; hence find A^5.

অথবা (OR)

দেখাও যে (show that) $\begin{vmatrix} a & b & c\\ a-b & b-c & c-a\\ b+c & c+a & a+b\end{vmatrix}=a^3+b^3+c^3-3abc$

(ii) নীচের সহ সমীকরণগুলি ম্যাট্রিক্স পদ্ধতিতে সমাধান কর (Solve by Matrix-Method):

$x+2y+z=7$

$x+3z=11$

$2x-3y=1$

অথবা (OR)

দেখাও যে (show that) $\begin{vmatrix} b+c & c+a & a+b\\ a+b & b+c & c+a\\ c+a & a+b & b+c\end{vmatrix}=2\begin{vmatrix} a & b & c\\ c & a & b\\ b & c & a\end{vmatrix}$

(c) **নীচের প্রশ্নগুলির নির্দেশ অনুযায়ী উত্তর দাও (Answer the following questions as directed):**

4×3=12

(i) একটি অপেক্ষক $f(x)$ নিম্নরূপে সংজ্ঞাত

$$f(x)=\begin{cases} x^2 & \text{যখন } x\le 2\\ ax+b & \text{যখন } x>2\end{cases}$$

$x=2$ বিন্দুতে $f(x)$ সন্তত ও অন্তরকলনযোগ্য হলে, a ও b এর মান নির্ণয় কর।

A function $f(x)$ is defined as follows :

$$f(x)=\begin{cases} x^2 & \text{when } x\le 2\\ ax+b & \text{when } x>2\end{cases}$$

If $f(x)$ is continuous and differentiable at x =2, then find a and b.

অথবা (OR)

$x^y=y^x$ হলে, $\frac{dy}{dx}$ নির্ণয় কর

Find $\frac{dy}{dx}$ for $x^y=y^x$.

(ii) মান নির্ণয় কর (Evaluate) : $\int \sin^{-1}(3x-4x^3)dx \quad [x^2\le\frac{1}{4}]$

অথবা (OR)

দেখাও যে, (show that) $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{1+\sqrt{\tan x}} = \frac{\pi}{12}$.

(iii) সমাধান কর (Solve) : $\frac{dy}{dx} = \sin(x+y)$

অথবা (OR)

সমাধান কর (Solve) : $\frac{dy}{dx} - y = e^x; y(0) = 1.$

(d) **যে কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও (Answer any one question):** 4×1=4

(i) মনে কর $\vec{a} = 4\hat{i} + 5\hat{j} - \hat{k}, \vec{b} = \hat{i} - 4\hat{j} + 5\hat{k}$ এবং $\vec{c} = 3\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ হলে এরূপ একটি ভেক্টর $\vec{d}$ নির্ণয় কর যেটি $\vec{a}$ এবং $\vec{b}$ উভয়ের সঙ্গে লম্ব এবং $\vec{d} \cdot \vec{c} = 21$.

Suppose $\vec{a} = 4\hat{i} + 5\hat{j} - \hat{k}, \vec{b} = \hat{i} - 4\hat{j} + 5\hat{k}$ and $\vec{c} = 3\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$, then find a vector $\vec{d}$ such that $\vec{d}$ is perpendicular to both $\vec{a}$, $\vec{b}$ and $\vec{d} \cdot \vec{c} = 21$.

(ii) যদি $\vec{a} = \hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}, \vec{b} = 2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}$ এবং $\vec{c} = \lambda\hat{i} + 7\hat{j} + 3\hat{k}$ ভেক্টর তিনটি সামতলিক হলে λ এর মান নির্ণয় কর।

If three vectors $\vec{a} = \hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}, \vec{b} = 2\hat{i} - \hat{j} - \hat{k}$ and $\vec{c} = \lambda\hat{i} + 7\hat{j} + 3\hat{k}$ are coplanar, then find the value of λ .

(e) **যে কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও (Answer any one question):** 4×1=4

(i) নির্দিষ্ট সমাকলের সংজ্ঞার সাহায্যে $\int_a^b e^x dx$ এর মান নির্ণয় কর।

Using definition of definite integral evaluate $\int_a^b e^x dx$

(ii) নির্দিষ্ট সমাকলের সাহায্যে নীচের শ্রেণির সমষ্টি নির্ণয় কর।

Evaluate using definite integral the sum of following series

$$\underset{n\to\infty}{Lt}\left[\frac{1}{n} + \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \cdots + \frac{1}{3n}\right]$$

(f) **যে কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও (Answer any one question):** 4×1=4

(i) একজন ব্যক্তি 4 বারের মধ্যে 3 বার সত্যি কথা বলেন। তিনি একটি ঝোঁকশূন্য ছক্কা চালনা করেন এবং তিনি রিপোর্ট করেন যে, ছক্কাটিতে 'ছয়' পড়েছে। ছক্কাটিতে যে সত্যিই 'ছয়' পড়েছে–তার সম্ভাবনা নির্ণয় কর।

A man is known to speak the truth 3 out of 4 times. He throws a die and reports that it is a six. Find the probability that it is actually a six.

(ii) যদি একটি সম্ভাবনা চল X দ্বিপদ বিভাজন সূত্র মেনে চলে, যার মধ্যক 4 এবং ভেদমান 2 তবে $P(X \geq 5)$ এর মান নির্ণয় কর।

A stochastic variable X follows a Binomial distribution with mean 4 and variance 2. Find $P(X \geq 5)$.

3. (a) **যে কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও (Answer any one question):** 5×1=5

(i) একটি কোম্পানীর P এবং Q চিহ্নিত স্থানে দুটি কারখানা আছে। কোম্পানির A, B, C চিহ্নিত স্থানে তিনটি ডিপোতে প্রতি কারখানা থেকে একটি উৎপাদিত সামগ্রী পরিবহন করতে হয়। ডিপো তিনটির সাপ্তাহিক চাহিদা যথাক্রমে 7, 6 এবং 4 একক সামগ্রী যেখানে P ও Q কারখানা দুটির সাপ্তাহিক উৎপাদন যথাক্রমে 9 এবং ৪ একক সামগ্রী।

প্রতি একক সামগ্রীর পরিবহন খরচ নীচের সারনীতে প্রদত্ত হল:

ডিপো / কারখানা	পরিবহন খরচ (টাকা/একক)		
	A	B	C
P	16	10	15
Q	10	12	10

P এবং Q কারখানা থকে প্রতি ডিপোতে কত একক সামগ্রী পরিবহন করতে হবে যাতে পরিবহন খরচ সর্বনিম্ন হয় তার একটি রৈখিক প্রোগ্রামবিধি সমস্যা গঠন কর।

There is a factory located at each of two places, P and Q. From these locations a certain commodity is delivered to each of the three depots situated at A, B and C. The weekly requirement of the depots are respectively 7, 6 and 4 units of the commodity. Write the production capacity of the factories at P and Q are 9 and 8 units of the commodity respectively.

The cost of transportation per unit of the commodity is given below

To / From	Cost (Rs/ unit)		
	A	B	C
P	16	10	15
Q	10	12	10

How many units should be transported from each factory to each depot in order that the transportation cost is minimum? Formulate the above L.P.P. mathematically.

(ii) লেখচিত্রের সাহায্যে নিম্নোক্ত অভিষ্ট অপেক্ষকের গরিষ্ঠ মান নির্ণয় কর।

Find graphically the Maximum value of the objective function Z which is given below:

Maximize Z =3x + 10y

শর্তসাপেক্ষে (Subject to): $x+3y \le 60,\ x+y \ge 10,\ x \ge 0$ and $y \ge 0$

(b) **যে কোনো দুটি প্রশ্নের উত্তর দাও (Answer any two questions):** 5×2=10

(কলনবিদ্যা প্রয়োগে Using Calculus)

(i) একটি গোলকাকৃতি বেলুনের আয়তন প্রতি সেকেণ্ডে 10 ঘন সেমি হারে বৃদ্ধি পাচ্ছে। যে মুহূর্তে গোলকের ব্যাসার্ধ 15 সেমি সেই মুহূর্তে গোলকটির বক্রপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফলের পরিবর্তনের হার নির্ণয় কর।

The volume of a spherical ballon is increasing at a rate 10 cm^3/sec. Find the rate of change of its surface area at a time when radius is 15 cm.

(ii) $y=\dfrac{x-7}{(x-2)(x-3)}$ বক্রটি x অক্ষকে যে বিন্দুতে ছেদ করে সেই বিন্দুতে বক্রটির স্পর্শক ও অভিলম্বের সমীকরন নির্ণয় কর।

Find equation of tangent and normal to the curve $y = \frac{x-7}{(x-2)(x-3)}$ at the point where it cuts x-axis.

(iii) দেখাও যে কোনো প্রদত্ত বৃত্তের ভিতর সর্ববৃহৎ যে আয়তক্ষেত্র অর্ন্তলিখিত করা যায়, তা একটি বর্গক্ষেত্র।
Show that of all rectangles inscribed in a circle; the square has the maximum area.

(iv) $x = 0$, y = x এবং x+2y = 6 সরলরেখা তিনটি দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
Find the area of the region bounded by the straight lines $x = 0$, y = x and x+2y = 6.

(c) **যে কোনো একটি প্রশ্নের উত্তর দাও (Answer any one question):** 5×1=5

(i) একটি সরলরেখা (3,4,5) বিন্দুগামী এবং $\vec{b} = (2\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k})$ এর সমান্তরাল। সরলরেখাটির ভেক্টর এবং কার্তিয় সমীকরণ নির্ণয় করো।

A straight line passing through the point (3,4,5) and parallel to $\vec{b} = (2\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k})$. Find the equations of the straight line in vector and Cartesian form.

(ii) (2,1,—1) ও (—1, 3, 4) বিন্দুদ্বয়গামী এবং $x - 2y + 4z = 10$ তলের সঙ্গে লম্বভাবে অবস্থিত তলের সমীকরণ নির্ণয় কর।
Find equation of the plane passing through the points (2, 1, -1), (-1, 3, 4) and perpendicular to the plane $x - 2y + 4z = 10$.

4. **সমস্ত প্রশ্নের উত্তর করতে হবে। (All questions are to be answered)** : 1×10=10

বিকল্প উত্তরগুলির মধ্যে থেকে সঠিক উত্তরটি (a, b, c অথবা d) লিখতে হবে।
[Choose the correct alternative (a, b, c or d)]

(i) মনে কর Q হল মূলদ সংখ্যা সমূহের সেট এবং Q সেটে '*' একটি দ্বিনিধানী প্রক্রিয়া যেটি $a * b = \frac{ab}{3}$ দ্বারা সংজ্ঞাত $(a, b \in Q)$ Q সেটে অভেদ উপাদানটি হবে
(a) 2 (b) 3 (c) -2 (d) -3
Let Q be the set of rational number and '*' be a binary operation on Q defined by $a * b = \frac{ab}{3}$; $\forall a, b \in Q$. Then identity element of Q is
(a) 2 (b) 3 (c) -2 (d) -3

(ii) যদি $\sin^{-1} x - \cos^{-1} x = \frac{\pi}{6}$ হয়, তবে (a) $x = \frac{2}{\sqrt{3}}$ (b) $x = -\frac{2}{\sqrt{3}}$ (c) $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ (d) $x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

If $\sin^{-1} x - \cos^{-1} x = \frac{\pi}{6}$ then
(a) $x = \frac{2}{\sqrt{3}}$ (b) $x = -\frac{2}{\sqrt{3}}$ (c) $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ (d) $x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

(iii) (a) A ={1, 2, 3, 4} হলে A সেটে সংজ্ঞাত সম্বন্ধের সংখ্যা (a) 2^{16} (b) 2^8 (c) 2^4 (d) 2^{32}
If A ={1, 2, 3, 4}, then number of relation define on set A is
(a) 2^{16} (b) 2^8 (c) 2^4 (d) 2^{32}

(iv) যদি $f(x)=x^2+1$ হয়, তবে $(f\circ f)(x)$ এর মান হবে

If $f(x)=x^2+1$ then the value of $(f\circ f)(x)$ will be

(a) x^4+2x^2+2 (b) x^4+x^2+1 (c) x^4+2x^2-2 (d) x^4+2x^2+1

(v) $\int_{-1}^{2} x\,|x|\,dx$ এর মান (The value of) $\int_{-1}^{2} x\,|x|\,dx$ is

(a) 3 (b) $\frac{7}{3}$ (c) $\frac{3}{7}$ (d) $\frac{5}{3}$

(vi) $\frac{dy}{dx}-2xy=x$ অন্তরকল সমীকরণের সমাকল-গুনক হল

The integrating Factor of $\frac{dy}{dx}-2xy=x$ is

(a) e^{x} (b) e^{-x} (c) e^{x^2} (d) e^{-x^2}

(vii) যদি $\vec{a}=3\hat{i}+\hat{j}-2\hat{k}$ এবং $\vec{b}=\hat{i}+\lambda\hat{j}-3\hat{k}$ ভেক্টর দুটি পরস্পর লম্ব হয় তবে λ এর মান

If $\vec{a}=3\hat{i}+\hat{j}-2\hat{k}$ and $\vec{b}=\hat{i}+\lambda\hat{j}-3\hat{k}$ are two perpendicular vectors then $\lambda=$

(a) 3 (b) -3 (c) 9 (d) -9

(viii) কোন একটি সরলেখার কোসাইন্ দিগঙ্ক যদি $\left(\frac{1}{c},\frac{1}{c},\frac{1}{c}\right)$ হয় তবে c এর মান

The direction cosines of a straight line are $\left(\frac{1}{c},\frac{1}{c},\frac{1}{c}\right)$ then the value of c

(a) $\pm\frac{1}{\sqrt{2}}$ (b) $\pm\frac{1}{\sqrt{3}}$ (c) $\pm\sqrt{2}$ (d) $\pm\sqrt{3}$

(ix) $\vec{r}.(\hat{i}+\hat{j}-2\hat{k})=3$ এবং $\vec{r}\cdot(2\hat{i}-2\hat{j}+\hat{k})=2$ তলদুটির মধ্যবর্তী কোন

(a) $\cos^{-1}\left(\frac{\sqrt{6}}{9}\right)$ (b) $\cos^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{5}\right)$ (c) $\cos^{-1}\left(\frac{\sqrt{6}}{5}\right)$ (d) $\cos^{-1}\left(\frac{\sqrt{5}}{7}\right)$

The angle between the planes $\vec{r}.(\hat{i}+\hat{j}-2\hat{k})=3$ and $\vec{r}\cdot(2\hat{i}-2\hat{j}+\hat{k})=2$ is

(a) $\cos^{-1}\left(\frac{\sqrt{6}}{9}\right)$ (b) $\cos^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{5}\right)$ (c) $\cos^{-1}\left(\frac{\sqrt{6}}{5}\right)$ (d) $\cos^{-1}\left(\frac{\sqrt{5}}{7}\right)$

(x) একটি সম্ভাবনা চল X এর সম্ভবনা বিভাজন নীচে প্রদত্ত হল : Probability distribution of a variable X are given bellow

X	0	1	2	3	4	5	6	7
P(X)	0	K	2k	2k	3k	k^2	$2k^2$	$7k^2+k$

K এর মান হল (The value of k will be)

(a) $\frac{1}{10}$ (b) $\frac{1}{7}$ (c) $\frac{1}{5}$ (d) $\frac{1}{2}$